BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. A	3. D	4. C	5. C	6. D	7. A	8. A	9. B	10. A
11. A	12. D	13. B	14. D	15. C	16. B	17. B	18. A	19. C	20. C
21. D	22. B	23. D	24. A	25. B	26. C	27. B	28. A	29. B	30. C
31. B	32. B	33. A	34. D	35. A	36. C	37. A	38. B	39. A	40. D
41. D	42. D	43. C	44. B	45. A	46. C	47. D	48. B	49. B	50. C

Câu 1.

Chọn đáp án C □

Câu 2.

Chọn đáp án A □

Câu 3.

Chọn đáp án D □

Câu 4.

Chọn đáp án C □

Câu 5.

Chọn đáp án C □

Câu 6.

Chọn đáp án D □

Câu 7.

Chọn đáp án A □

Câu 8.

Chọn đáp án A □

Câu 9.

Chọn đáp án B □

Câu 10.

Chọn đáp án A □

Câu 11.

Chọn đáp án A □

Câu 12.

Chọn đáp án D □

Câu 13.

Chọn đáp án B □

Câu 14.

Chọn đáp án D □

Câu 15.

Chọn đáp án C □

Câu 16. Dễ thấy, đây là đồ thị của hàm bậc 4 trùng phương, mà bề lõm lại quay lên trên nên $a > 0$.

Chọn đáp án B □

Câu 17.

Chọn đáp án B □

Câu 18. $\int\limits_0^3 2f(x)dx = 2\int\limits_0^3 f(x)dx = 2.3 = 6$

Chọn đáp án A □

Câu 19.

Chọn đáp án C □

Câu 20. $V = \pi r^2 h = \pi.4^2.3 = 48\pi$

Chọn đáp án C □

Câu 21. $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}.3a^2.a = a^3$

Chọn đáp án D □

Câu 22.

Chọn đáp án B □

Câu 23.

Chọn đáp án D □

Câu 24.

Chọn đáp án (A) □

Câu 25.

Chọn đáp án (B) □

Câu 26. Đồ thị hàm số cắt trục tung nên hoành độ điểm đó bằng 0, suy ra $x = 0$. Thay $x = 0$ vào hàm số, ta có: $y = 3$

Chọn đáp án (C) □

Câu 27.

Chọn đáp án (B) □

Câu 28. $2^x < 5 \Leftrightarrow x < \log_2 5$

Chọn đáp án (A) □

Câu 29. $\log_2 a^3 + \log_2 b = 8 \Leftrightarrow \log_2(a^3 b) = 8 \Leftrightarrow a^3 b = 2^8 \Leftrightarrow a^3 b = 256$

Chọn đáp án (B) □

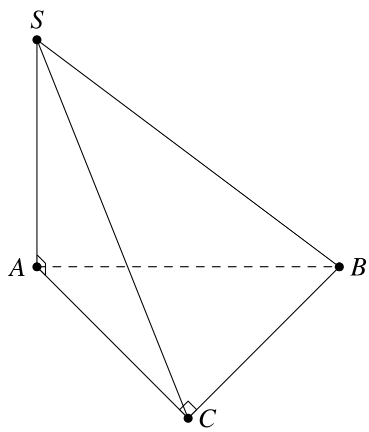
Câu 30. Dễ thấy đồ thị hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định. Nên $y' < 0, \forall x \neq -1$

Chọn đáp án (C) □

Câu 31.

Ta có: $\begin{cases} BC \perp AC \\ BC \perp SA \end{cases}$

$\Rightarrow BC \perp (SAC) \Rightarrow d(BC;(SAC)) = BC = 3a.$



Chọn đáp án (B) □

Câu 32. Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2;1;2)$.

$\begin{cases} (P) \text{ đi qua } A(0;0;1) \\ (P) \perp AB \Rightarrow \overrightarrow{n_P} = k.\overrightarrow{AB} \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} (P) \text{ đi qua } A(0;0;1) \\ \overrightarrow{n_P} = (2;1;2) \end{cases}$

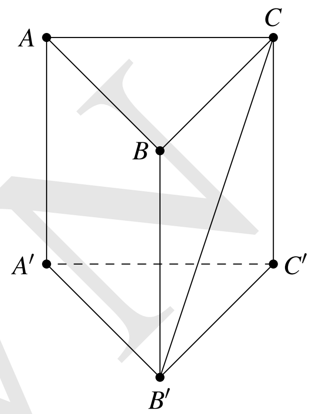
$\Rightarrow (P): 2(x-0)+(y-0)+2(z-1)=0 \Leftrightarrow 2x+y+2z-2=0.$

Chọn đáp án B □

Câu 33.

Ta có: $AA' \parallel BB' \Rightarrow (\widehat{AA', B'C}) = (\widehat{BB'; B'C}) = \widehat{BB'C}$.

Xét tam giác $BB'C$ vuông tại B có $\tan \widehat{BB'C} = \dfrac{BC}{BB'} = 1 \Rightarrow \widehat{BB'B} = 45^\circ$



Chọn đáp án A □

Câu 34. $y = x^3 - 3x^2 - 1$ trên $[-2;1]$

$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \text{ (loại)} \end{array}\right.$.

Ta có: $f(-2) = -21;\ f(1) = -3;\ f(0) = -1 \Rightarrow \max\limits_{[-2;1]} f(x) = f(0) = -1$ tại $x = 0$.

Chọn đáp án D □

Câu 35. Ta có: Số phần tử không gian mẫu là: $n_\Omega = C_{10}^3$.

Gọi A là biến cố lấy được 3 quả xanh: $n_A = C_6^3$

Xác suất lấy ngẫu nhiên 3 quả được 3 quả xanh là: $P(A) = \dfrac{C_6^3}{C_{10}^3} = \dfrac{1}{6}$.

Chọn đáp án A □

Câu 36. Ta có: $iz = 6+5i \Rightarrow z = \dfrac{6+5i}{i} = 5-6i \Rightarrow \bar{z} = 5+6i$.

Chọn đáp án C □

Câu 37. Ta có: $\displaystyle\int_0^2 [2f(x)-1]dx = \int_0^2 2f(x)dx - \int_0^2 1dx = \int_0^2 2f(x)dx - x\Big|_0^2 = 2.3-(2-0) = 4.$

Chọn đáp án A □

Câu 38. Đường thẳng d vuông góc với $(P): x-3y+2z+1=0$ nên nhận $\vec{u} = (1;-3;2)$ làm vectơ chỉ phương.

Mặt khác d đi qua $M(2;1;-1)$ nên có phương trình: $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{-3} = \dfrac{z+1}{2}$.

Chọn đáp án B □

Câu 39. $(3^{x^2}-9^x)[\log_2(x+30)-5]\leq 0$. Điều kiện: $x>-30$.

TH1: $\begin{cases}3^{x^2}-9^x\geq 0\\ \log_2(x+30)-5\leq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3^{x^2}\geq 9^x\\ x+30\leq 2^5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3^{x^2}\geq 3^{2x}\\ x+30\leq 32\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}x^2\geq 2x\\ x\leq 2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\in(-\infty;0]\cup[2;+\infty)\\ x\leq 2\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x\leq 0\\ x=2\end{array}\right.$.

Kết hợp điểu kiện $x>-30$, ta có: $\left[\begin{array}{l}-30<x\leq 0\\ x=2\end{array}\right.$.

$\Rightarrow$ Có 31 giá trị nguyên của x thỏa mãn yêu cầu bài toán.

TH2: $\begin{cases}3^{x^2}-9^x\leq 0\\ \log_2(x+30)-5\geq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3^{x^2}\leq 9^x\\ x+30\geq 2^5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x^2\leq 2^x\\ x+30\geq 32\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}0\leq x\leq 2\\ x\geq 2\end{cases} \Leftrightarrow x=2.$

Vậy có tất cả 31 giá trị nguyên của x thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án A □

Câu 40. + Với $x\geq 1\Rightarrow F(x)=\int(2x-1)dx=x^2-x+C_1$

Với $x<1$, $F(x)=\int(3x^2-2)dx=x^3-2x+C_2$.

Mà $F(0)=2$ nên $0^3-2.0+C_2=2\Rightarrow C_2=2\Rightarrow$ với $x<1$ thì $F(x)=x^3-2x+2$.

Vì hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ nên hàm số liên tục tại $x=1$.

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to 1^+}F(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}F(x)=F(1)\Rightarrow 1^2-1+C_1=1^3-2.1+2\Rightarrow C_1=1$

$\Rightarrow$ với $x>1$, $F(x)=x^2-x+1$.

Khi đó, $F(-1)=(-1)^3-2.(-1)+2=3$ và $F(2)=2^2-2+1=3$

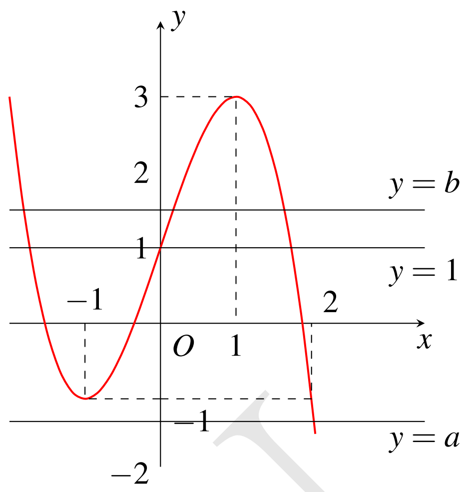
$\Rightarrow F(-1)+2F(2)=3+2.3=9$.

Chọn đáp án D □

Câu 41.

Đặt $u=f(x)$. Khi đó ta được hàm số biến u.

$$\Rightarrow f(u)=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u=a\in(-2;-1) \\ u=0 \\ u=b\in(1;2) \end{array}\right.$$



*) Với $u=a\Rightarrow f(x)=a\in(-2;-1)$: Phương trình có 1 nghiệm duy nhất.

*) Với $u=0\Rightarrow f(x)=0$: Phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

*) Với $u=b\Rightarrow f(x)=b\in(1;2)$: Phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình $f(f(x))=1$ có 7 nghiệm phân biệt

Chọn đáp án D □

Câu 42.

$ABCD$ là hình vuông cạnh $BD=4a$

$\Rightarrow AB=\dfrac{4a}{\sqrt{2}}=2a\sqrt{2}$.

Có: $AC\perp BD$ (1)

$BD\perp AA'\Rightarrow BD\perp(AA'O)\Rightarrow BD\perp A'O$ (2)

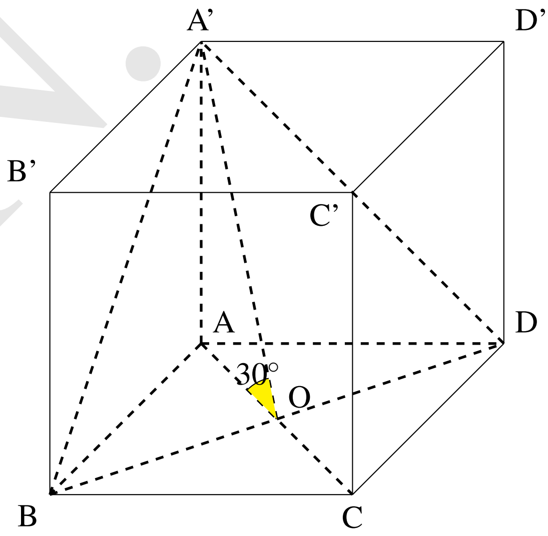
Từ (1) và (2), ta có:

$(\widehat{(A'BD),(ABCD)})=(\widehat{A'O,AC})=\widehat{A'OA}=30^\circ$.

Xét $\triangle A'AO$, ta có:

$AA'=AO.\tan 30^\circ=\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$

$\Rightarrow V=AB^2.AA'=(2a\sqrt{2})^2.\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}=\dfrac{16a^3\sqrt{3}}{3}$ (đvtt).



Chọn đáp án D □

Câu 43. Xét phương trình $z^2-2(m+1)z+m^2=0$ trên $\mathbb{C}$.

$\Delta'=(m^2+2m+1)-m^2=2m+1$.

(*)TH1: Nếu $2m+1>0\Leftrightarrow m>-\dfrac{1}{2}$ thì phương trình có 2 nghiệm phân biệt thực:

$z_{1,2}=(m+1)\pm\sqrt{2m+1}$.

+) Với $|z_1|=|(m+1)+\sqrt{2m+1}|=5\Leftrightarrow(m+1)+\sqrt{2m+1}=5$ (Vì $m>-\dfrac{1}{2}$)

$\Leftrightarrow \sqrt{2m+1}=4-m\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{-1}{2}<m<4\\16-8m+m^2=2m+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{-1}{2}<m<4\\m^2-10m+15=0\end{cases}\Leftrightarrow m=5-\sqrt{10}$.

+) Với $|z_2| = |(m+1) - \sqrt{2m+1}| = 5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(m+1) - \sqrt{2m+1} = 5\ (1)\\(m+1) - \sqrt{2m+1} = -5\ (2)\end{array}\right.$

Xét (1) $\Leftrightarrow m - 4 = \sqrt{2m+1} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 \\ m^2 - 8m + 16 = 2m+1 \end{cases} \Leftrightarrow m = 5 + \sqrt{10}.$

Xét (2) $\Leftrightarrow m + 6 = \sqrt{2m+1} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{2} \\ m^2 + 12m + 36 = 2m+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{2} \\ \text{Vô nghiệm} \end{cases}$ (Loại).

(*)TH2: Nếu $2m+1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{-1}{2} \Rightarrow$ phương trình có nghiệm $z_{1,2} = \frac{1}{2}$ (Loại)

(*)TH3: Nếu $2m+1 < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{1}{2}$ thì phương trình có 2 nghiệm phức: $z_{1,2} = (m+1) \pm i.\sqrt{2m+1}$.

$|z_1| = |z_2| = \sqrt{(m+1)^2 + 2m+1} = 5 \Leftrightarrow m^2 + 4m + 2 = 25 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -2 + 3\sqrt{3} > -\frac{1}{2} \text{ (Loại)} \\ m = -2 - 3\sqrt{3} < -\frac{1}{2} \text{ (Thỏa mãn)} \end{array}\right.$

Vậy có 3 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án C □

Câu 44. Ta có: $|z + i.\overline{w} + 6 - 8i| = |z + i.\overline{w} + (6-8i)| \geq |6-8i| - |z| - |i\overline{w}| = 10 - 1 - 2 = 7.$

Dấu "=" xảy ra $\begin{cases} 6 - 8i = k.(-z) \\ 6 - 8i = m.(-i\overline{w}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |k| = 10 \\ 2.|m| = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = 10 \\ m = 5 \end{cases} \quad (k, m > 0)$

$\Rightarrow \begin{cases} z = \dfrac{6-8i}{-10} = -\dfrac{3}{5} + \dfrac{4}{5}i \\ \overline{w} = \dfrac{6-8i}{-5i} = \dfrac{8}{5} + \dfrac{6}{5}i \Rightarrow w = \dfrac{8}{5} - \dfrac{6}{5}i \end{cases}$

$\Rightarrow |z - w| = |-\frac{11}{5} + 2i| = \frac{\sqrt{221}}{5}.$

Chọn đáp án B □

Câu 45. Vì $g(x)$ có hai giá trị cực trị là -4 và 2 nên $\begin{cases} g(x_1) = -4 \\ g(x_2) = 2 \end{cases}$.

Xét phương trình:
$y = \dfrac{f(x)}{g(x)+6} = 1$
$\Leftrightarrow f(x) = g(x) + 6$

$\Leftrightarrow f(x) = f(x) + f'(x) + f''(x) + 6 \Leftrightarrow f'(x) + f''(x) + 6 = 0\ (1)$

Mà $g'(x) = f'(x) + f''(x) + f'''(x) = 3x^2 + 2(a+3)x + (2a+b+6) = 0$

có hai nghiệm x_1, x_2 là hai cực trị.

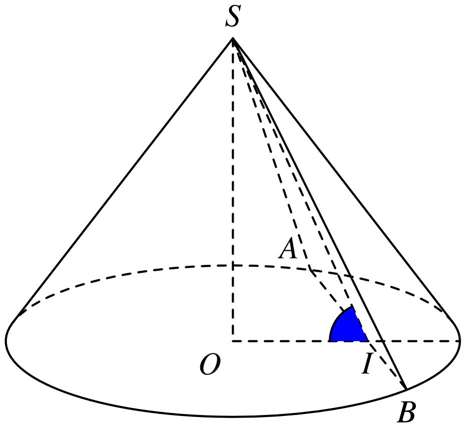
$\Rightarrow \begin{cases} f'(x_1) + f''(x_1) + 6 = 0 \\ f'(x_2) + f''(x_2) + 6 = 0 \end{cases}$ do $f'''(x) = 6$.

Từ đó suy ra (1) có 2 nghiệm phân biệt $x_1 < x_2$.

$$S = \int_{x_1}^{x_2} \left|\frac{f(x)}{g(x)+6} - 1\right| dx = \int_{x_1}^{x_2} \left|\frac{f'(x)+f''(x)+f'''(x)}{f(x)+f'(x)+f''(x)+6}\right| dx = \ln\frac{6+2}{6-4} = \ln\frac{8}{2} = 2\ln 2.$$

Chọn đáp án A □

Câu 46.



Thiết diện là tam giác đều SAB (như hình vẽ) có cạnh bằng $2a$ suy ra $SA = AB = SB = 2a = l$

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow \widehat{SIO} = 60^\circ$

$SI = \dfrac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}, IB = a$

$\cos 60^0 = \dfrac{OI}{SI} \Rightarrow OI = \dfrac{\sqrt{3}}{2}a$

$R = OB = \sqrt{OI^2 + IB^2} = \dfrac{\sqrt{7}}{2}a$

$S_{xq} = \pi R l = \sqrt{7}\pi a^2$

Chọn đáp án C □

Câu 47. Lập phương trình mặt phẳng (Q) chứa d và vuông góc với (P)

$\overrightarrow{u_d} = (1;1;2); \overrightarrow{n_{(P)}} = (2;1;-1)$

$\overrightarrow{n_{(Q)}} = \left[\overrightarrow{u_d}; \overrightarrow{n_{(P)}}\right] = (-3;5;-1)$

$A(-1;0;1) \in d \Rightarrow A \in (Q)$

$\Rightarrow (Q): -3x + 5y - z - 2 = 0$

d' là hình chiếu của d trên (P) suy ra d' là giao tuyến của (P) và (Q)

$$\Rightarrow d': \begin{cases} 2x + y - z + 3 = 0 \\ -3x + 5y - z - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 + \dfrac{4}{5}t \\ y = t \\ z = 1 + \dfrac{13}{5}t \end{cases}$$

Chọn đáp án D □

Câu 48. Ta có:

$27^{3x^2+xy}=(1+xy)27^{12x}\Leftrightarrow 3x^2+xy=\log_{27}(1+xy)+12x$

$\Leftrightarrow 3x^2-12x-1=\log_{27}t-t$, với $t=1+xy>0$.

Xét hàm số $f(x)=3x^2-12x-1$. Ta có: $-13\le f(x)<-1$ với $\forall x\in\left(\dfrac{1}{3};4\right)$.

Xét hàm số $g(t)=\log_{27}t-t,\ t>0$

$g'(t)=\dfrac{1}{t.\ln 27}-1;\ g'(t)=0\Leftrightarrow t=\dfrac{1}{\ln 27}$

t	0	$2.46.10^{-19}$		0.043	$\dfrac{1}{\ln 27}$	1		13.8	$+\infty$
$g'(t)$			$+$		0		$-$		
$g(t)$	$-\infty$	-13		-1	-0.66	-1		-13	$-\infty$

$g(t)=-1$

$g(t)=-13$

$-13\le f(x)<-1,\ \forall x\in\left(\dfrac{1}{3};4\right)$

$\Rightarrow -13\le g(t)<-1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t\in\left(2,46.10^{-19};0,043\right)\\ t\in(1;13,8)\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2,46.10^{-19}<1+xy<0,043\\ 1<1+xy<13,8\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\dfrac{-1+2,46.10-19}{x}<y<\dfrac{-1+0,043}{x}\\ 0<y<\dfrac{12,8}{x}\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}-3<y<\dfrac{-1}{4}\\ 0<y\le 38\end{array}\right.$, với $x\in\left(\dfrac{1}{3};4\right)$, $y\in\mathbb{Z}$.

Từ đó ta thấy, $y=-2;\ y=-1$thỏa mãn.

Với $0<y\le 22$, ta có phương trình đã cho tương đương:

$3x^2-12x-1-\log_{27}(1+xy)+1+xy=0$

Nhập hàm, thay các giá trị nguyên của y, kiểm tra nghiệm $x\in\left(\dfrac{1}{3};4\right)$ dẫn đến chọn $1\le y\le 12$. Vậy $y\in\{-2;-1;1;2;3;...;12\}$ nên có 14 giá trị nguyên của y thỏa mãn.

Chọn đáp án B □

Câu 49. Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=8\\ x=3\\ x=-3\end{array}\right.$

Xét $h(x)=x^3+6x$ có $h'(x)=3x^2+6>0\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Bảng biến thiên của

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$h'(x)$		$+$			
$h(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Đặt $u(x) = |h(x)| = \left|x^3 + 6x\right|$, có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$u'(x)$		$-$	$\|$	$+$	
$u(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Khi đó: $g(x) = f(u+m)$ có $g'(x) = u'.f'(u+m)$.

Từ bảng biến thiên ta thấy $u'(x)$ không xác định tại $x = 0$ nhưng vẫn đổi dấu khi qua $x = 0$

Suy ra $g'(x)$ cũng không xác định tại $x = 0$ và vẫn đổi dấu khi qua $x = 0$.

$\Rightarrow x = 0$ là một cực trị của hàm số $y = g(x)$.

$$g'(x) = 0 \Rightarrow f'(u+m) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u+m = 8 \\ u+m = 3 \\ u+m = -3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u = 8-m \\ u = 3-m \quad (*) \\ u = -3-m \end{array}\right.$$

Để hàm số $y = g(x)$ có ít nhất 3 điểm cực trị thì (*) có ít nhất 2 nghiệm phân biệt khác 0.

Dựa vào bảng biến thiên của ta thấy (*) có ít nhất 3 nghiệm phân biệt khác 0 khi

$8 - m > 0 \Rightarrow m < 8$.

Mà là số nguyên dương nên $m \in \{1;2;3;4;5;6;7\}$.

Vậy có 7 giá trị của thoả mãn.

Chọn đáp án B □

Câu 50.

Nhận xét: A, B nằm khác phía so với mặt phẳng (Oxy).

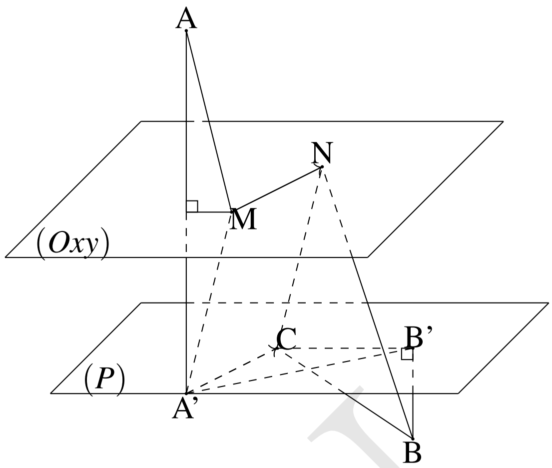
Gọi A' là điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxy)

$\Rightarrow A'(1;-3';-2)$.

Gọi (P) là mặt phẳng qua A' và $(P) \parallel (Oxy)$

$\Rightarrow (P): z+2=0$

Gọi $C \in (P)$ sao cho: $\overrightarrow{A'C} = \overrightarrow{MN} \Rightarrow C$ là giao của mặt cầu $(A';1)$ với mặt phẳng (P).



Do đó: $A'C = MN = 1$.

Mặt khác: $\begin{cases} AM = A'M \\ A'M = CN \end{cases}$

$\Rightarrow |AM - BN| = |CN - BN| \leq BC$.

Gọi B' là hình chiếu vuông góc của B trên $(P) \Rightarrow B'(-2;1;-2) \Rightarrow \overrightarrow{BB'} = (0;0;1) \Rightarrow BB' = 1$.

$\overrightarrow{A'B'} = (-3;4;0) \Rightarrow A'B' = 5$.

Ta lại có: $BC = \sqrt{BB'^2 + CB'^2} \leq \sqrt{1^2 + (A'C + A'B')^2} \leq \sqrt{1 + (1+5)^2} \leq \sqrt{37}$.

Vậy $|AM - BN| \leq \sqrt{37}$.

Chọn đáp án C □